

# Seminário OGTC

Optimization, Graph Theory and Combinatorics

26 de junho de 2024 (15h30 às 16h30)

(Sala Sousa Pinto)

## Experiências computacionais sobre matrizes de Lehman, *mni* e seus cores

João Soares (Universidade Coimbra)

Paulo Tavares (CIDMA)

Uma matriz  $Y \in \{0, 1\}^{n \times n}$  é de Lehman se existir uma matriz  $Z \in \{0, 1\}^{n \times n}$  tal que  $YZ^T = J + dI$  (eq. de Lehman), com  $d \in \mathbb{N}$ ,  $I$  a matriz identidade e  $J$  uma matriz quadrada de tudo-uns. Uma matriz  $A \in \{0, 1\}^{m \times n}$ , com  $m \geq n$ , é *minimalmente não ideal (mni)* se  $Q(A) = \{x: x \geq 0, Ax \geq \mathbf{1}\}$  não é inteiro mas os poliedros  $Q(A) \cap \{x: x_i = 0\}$ ,  $Q(A) \cap \{x: x_i = 1\}$ , para todo  $i = 1, \dots, n$ , são inteiros. Um clutter  $\mathcal{C}$  é um par ordenado  $(V, E)$ , onde  $V \neq \emptyset$  é um conjunto finito e  $E$  uma família de subconjuntos de  $V$  tal que  $S_1 \not\subseteq S_2$  para quaisquer  $S_1, S_2 \subset E$ ,  $S_1 \neq S_2$ . Seja  $x^0$  um vértice do poliedro  $P = \{x: Ax \leq b\}$ ; então existe uma submatriz  $A'$  de linhas quadrada e não singular de  $A$  e um subvector  $b'$  de  $b$  tal que  $A'x^0 = b'$ . A matriz  $A'$  chama-se um *core* associado a  $x^0$  e esta matriz pode não ser única.

Nesta palestra, apresentamos alguns resultados computacionais relativos à identificação de clutters mni e seus cores para dimensões moderadas (número de variáveis até 20). A nossa implementação distingue-se essencialmente nos seguintes aspetos:

- 1) As matrizes de Lehman provêm da execução do algoritmo GENREG de Markus Meringer [1] que identifica todas as classes não isomorfas de grafos bipartidos  $r$ -regulares conexos com  $2n$  vértices;
- 2) A bolsa de  $\{0, 1\}$ -vértices de  $Q(A)$  é calculada através das coberturas minimais do clutter cuja matriz é  $A$ ;
- 3) Na pesquisa de vértices em  $Q(A)$  é usada a fórmula de Sherman-Morrison no processo exaustivo de identificação de todos os vértices adjacentes a um outro dado.

Os resultados obtidos confirmam os atingidos no algoritmo original de Lutöf e Margot [2] e apontam direções no sentido de lidar com problemas de maior dimensão.

## Referências

- [1] M. Meringer (1999) Fast generation of regular graphs and construction of cages, J. Graph Theory, v. 30, pp. 137–146.
- [2] C. Lutöf and F. Margot (1998) A catalog of minimally nonideal matrices, Math. Methods Oper. Res., 47, pp.221–241.